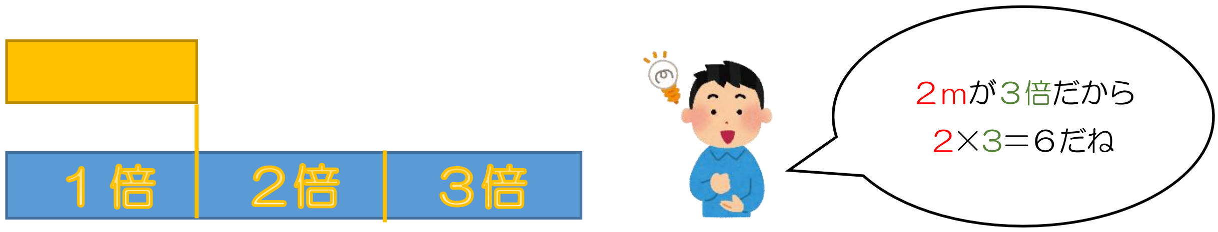
負の数の計算

前回は負の数の足し算と引き算について書きました。今回は負の数のかけ算についてイメージしていきましょう。

かけ算は小学 2 年生で習う計算です。小学校では「りんごが２つずつ入っているかごが３つあります。りんごは何個あるでしょうか？」といったような問題が出されたことと思います。
「２つずつが３つだから２×３＝６で答えは６個」と考えますね。

他にも「２mのリボンがあります。このリボンの３倍の長さのリボンは何mですか？」といった問題もあったことでしょう。
これも「2mの３倍だから２×３＝６で答えは６ｍ」と答えを出したと思います。



どちらも「基準となる数」があって「それがいくつ分」ある時の全体の数を求める考え方です。

余談になりますが「りんごが２個ずつ入ったかごが３つあります，りんごの数は全部でいくつですか？」という問題に ３×２＝６と答えて不正解になった人はいないでしょうか？「2×３でも３×2 でも同じことじゃないか！」と思う人がいると思います。なぜ間違いになるのかと言うと“算数は物との結びつきが強い”からこそ不正解となってしまうのです。

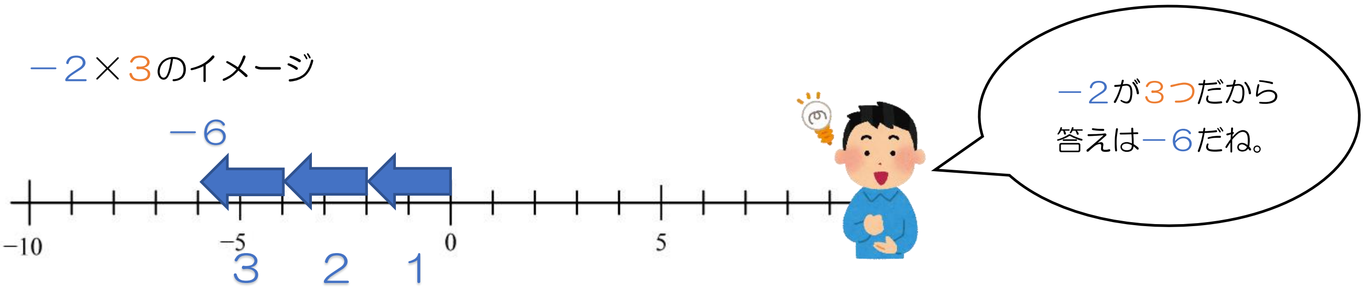
つまり，問題文は「２個ずつ入ったかごが３つ」ですね。これに対して３×２と書いてしまうと「３個ずつ入ったかごが２つ」という状態になってしまいます。これは問題文と式が表す意味があっていませんね？だから不正解とされてしまうわけです。算数では物と数の結びつきが強いので，問題文の状況と式が一致していないと誤りとなってしまうのです。

数学では物との結びつきが薄くなりますので，どちらでも正解となります。乗法の交換法則，結合法則を用いて計算したと言えば文句のつけようがないです。具体物から離れることで，自由に式を立てられるようになるのが数学の面白いところかもしれませんね。

さて，話を戻します。かけ算は「基準となる数」が「いくつ分か」を式に表し「全部の数」を求める計算です。
負の数を用いるとどのようにイメージできるのでしょうか？

これも数直線を考えることでイメージしやすくなります。
では－２×３で考えてみましょう。
これは「－２という数のまとまりが３つある」ということですから，

－２×３のイメージ

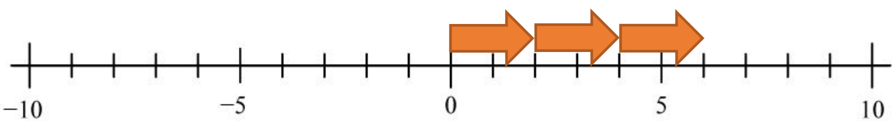


とイメージすることができます。これはイメージしやすいと思います。

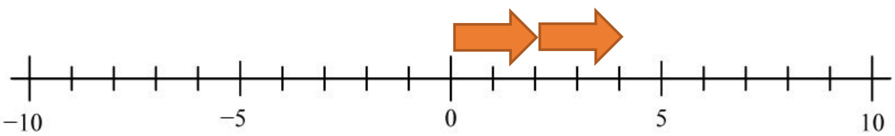
次に，２×（－３）を考えてみましょう。
先ほどは－２が３個分ということでイメージしやすかったのですが，“２が－３個分”とはどういうことでしょう？－３個なんて，実際に目にすることはできません。どう考えて答えを求めればよいのでしょうか？

ここでイメージしやすくするために２×３のかける数を減らしていくとどうなるかを考えてみましょう。

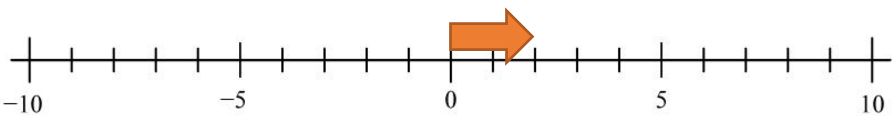
２×３は２が３つなので６になりますね。



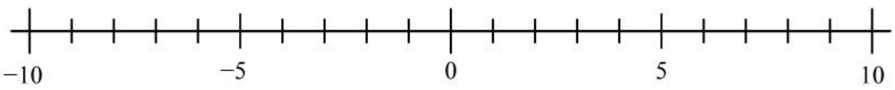
かける数を１減らして２×２にすると，２が２つなので４になります。



さらにかける数を１減らして２×１にすると，２が１つなので２になります。



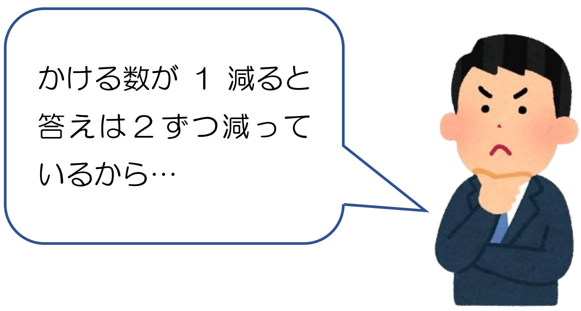
さらにかける数を１減らして２×０にすると，２が０なので０になりますね？



ここで気づいてほしいのは，かける数が１減ると積はかけられる数の分小さくなっているということです。

では，さらにかける数を減らすと積はどうなるでしょうか？

$$2 \times 3 = 6$$
$$2 \times 2 = 4$$
$$2 \times 1 = 2$$
$$2 \times 0 = 0$$
$$2 \times -1 = ?$$



分かりましたか？そう！かける数と積の関係に着目して考えると，答えは－２となります。

$$2 \times -1 = -2$$

この調子でかける数を（－３）まで減らしていくと

$$2 \times -3 = -6$$

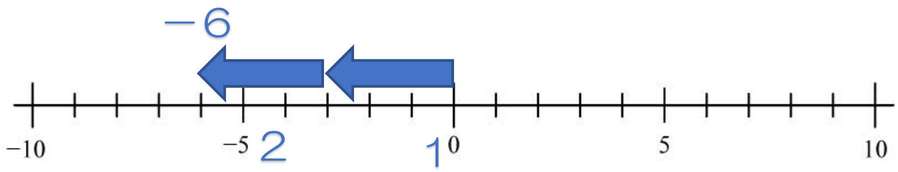
となります。

本当にそうなの？という声が聞こえてきそうですね。それでは，かけ算の交換法則を使って証明してみましょう。

小学校でも学習したことと思いますが，かけ算はかけられる数とかける数を入れ替えても答えは変わりません。

ゆえに，２×（−３）は　（−３）×２　と書き換えることができます。

これを数直線で考えてみると…



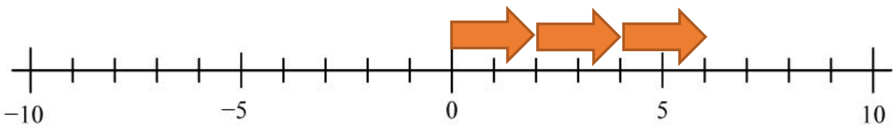
上の図のように（−３）が２つあることになりますから，その答えは（−６）となります。これは２×（−３）＝−６と同じ積ですね。

よって２×（−３）＝−６　ということは間違いのない事実であるということが証明できたと思います。

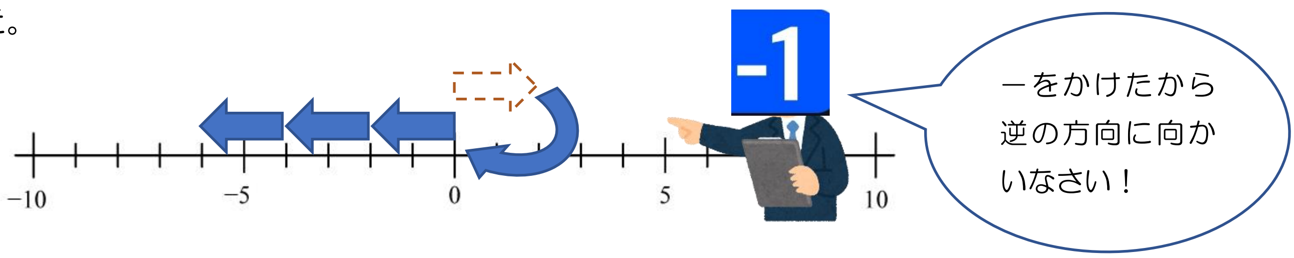
これらのことから，正の数と負の数をかけると，その積は負の数になることが分かります。

このことを数直線でイメージしてみましょう。

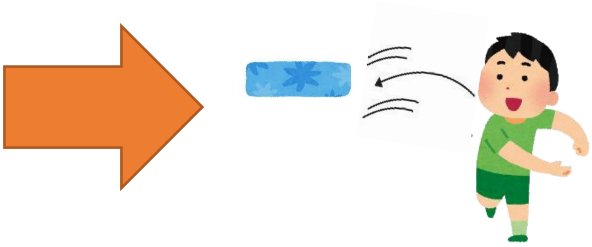
「２×３」は本来正の数なので下の図のように正の方向に向かうのですが…



「−３」をかけることで「−６」となり，逆向きの負の数に向かってしまいました。



つまり，負の数をかけるということは，“正と負の方向を逆にする”と考えることができます。

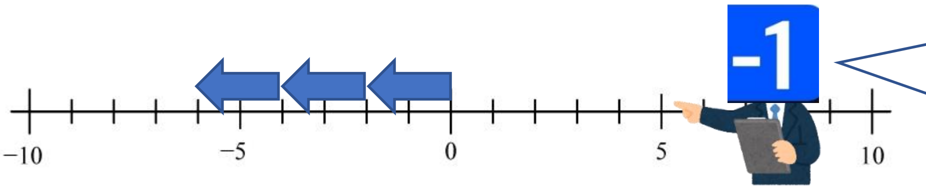


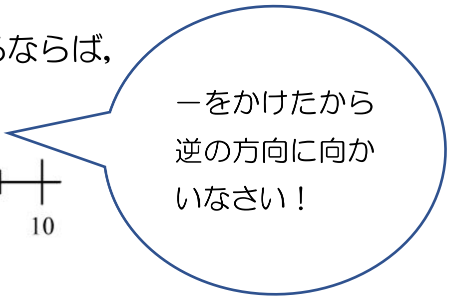
正の数に負の数をかけると…

逆の負の数になる

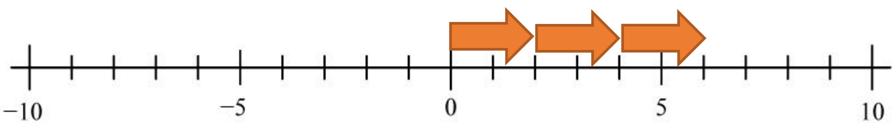
では，負の数に負の数をかけるとどうなるのでしょうか。（－２）×（－３）を考えてみましょう。

「負の数をかけると逆になる」という先ほどの考えを利用するならば，





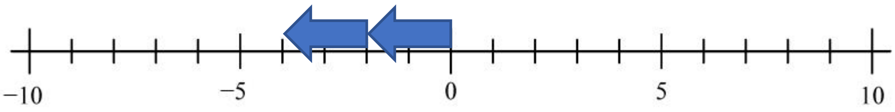
上の図のような（－２）×３＝－６という結果が逆になり…



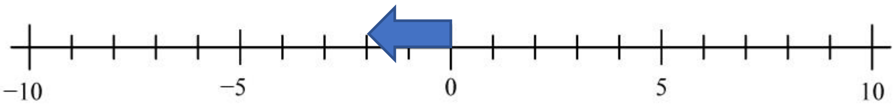
（－２）×（－３）＝６　のように答えは正の数になることでしょう。

では，実際はどうなのでしょうか。これもかける数を減らしていくことで考えてみましょう。

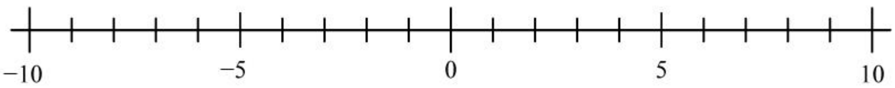
（－２）×２は－２が２つなので答えは－４ですね。



かける数を１減らして（－２）×１にすると－２が１つなので－２になります。



さらにかける数を１減らして（－２）×０にすると答えは０になります。



もう見えてきたでしょうか？かけられる数が負の数の場合，かける数が１減ることに積は２ずつ増えてきています。例えるなら（－２）という借金が減ってきていると考えることができるでしょう。

では，さらにかける数を減らしていくとどうなるでしょうか？

$$-2 \times 2 = -4$$

+2

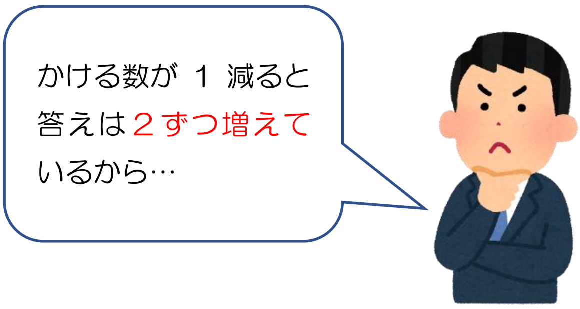
$$-2 \times 1 = -2$$

+2

$$-2 \times 0 = 0$$

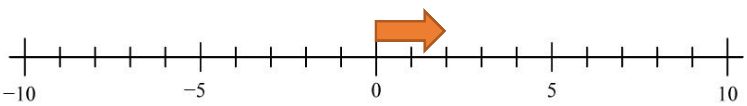
+2

$$-2 \times (-1) = ?$$



分かりましたか？
そう！答えは２となります。

$$-2 \times (-1) = 2$$



この調子でかける数を（－３）まで減らしていくと

$$-2 \times (-3) = 6$$

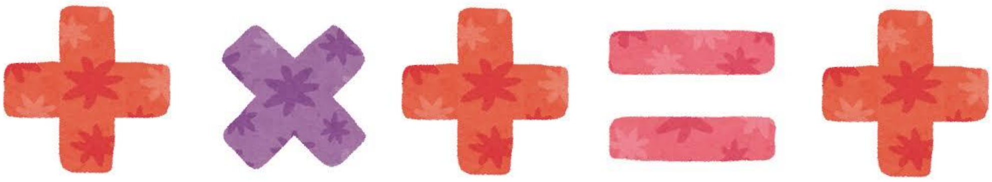
となります。

このように，負の数に負の数をかけると，その積は負とは逆の正の数になります。

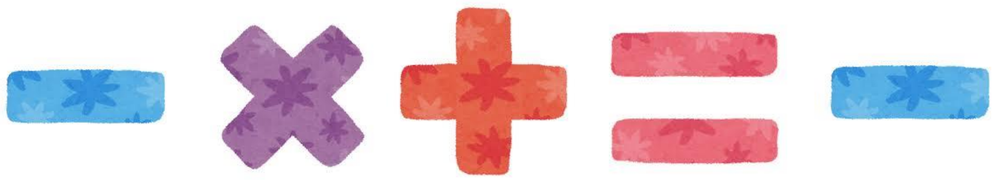
以上のことから，負の数をかけると積はかけられる数とは逆の符号になるということが言えることになります。

ここで，正と負のかけ算のパターンをまとめると，以下の通りになります。

（１）正の数×正の数＝正の数



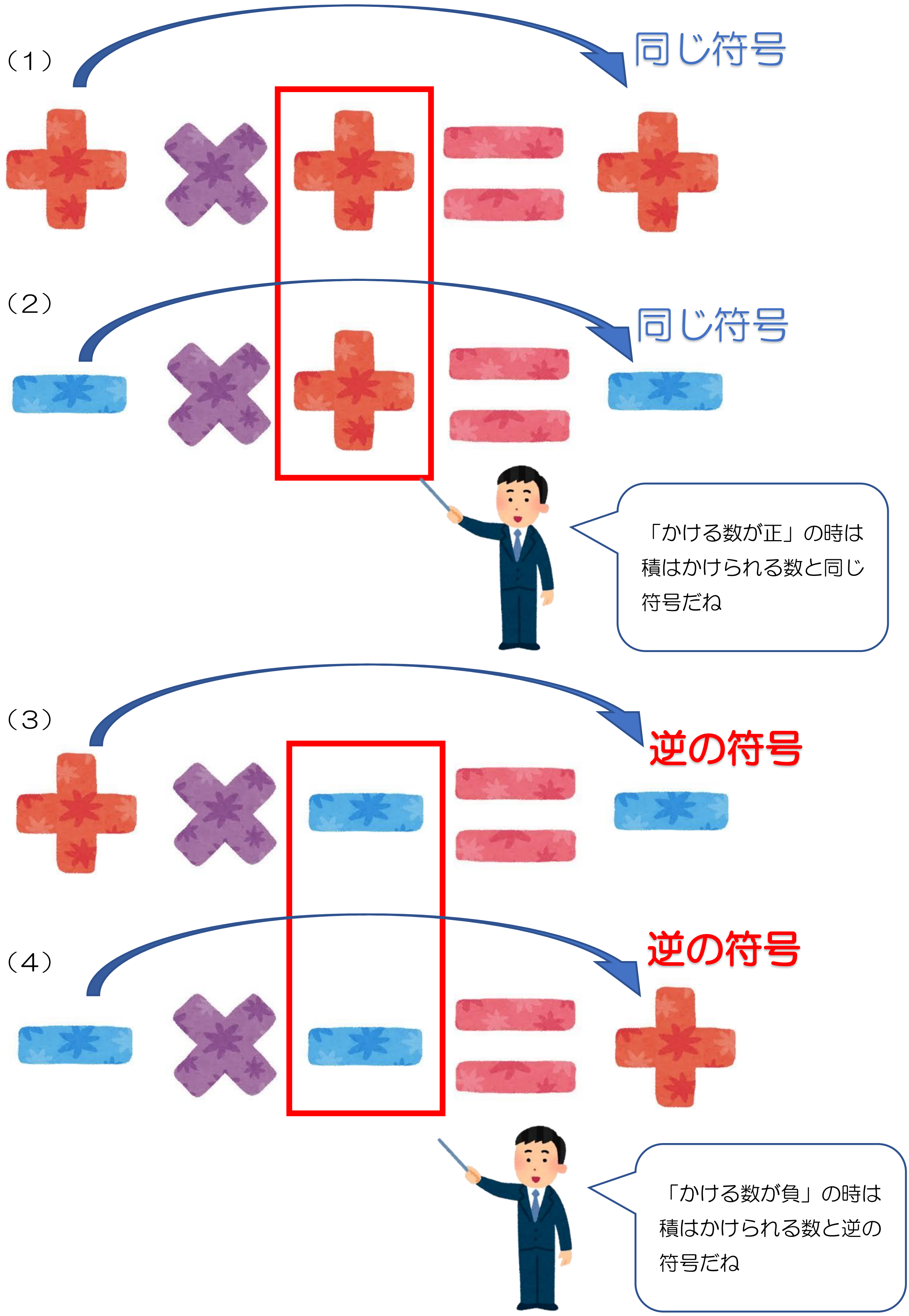
（２）負の数×正の数＝負の数



（３）正の数×負の数＝負の数

（４）負の数×負の数＝正の数

（１）と（２）については，かけられる数の方向にそのまま倍にしていけばよく，（３）と（４）については，かける数が負の数ですから，かけられる数の方向とは逆の方向に倍にしていけばよいということになります。


（1）
同じ符号
（2）
同じ符号
「かける数が正」の時は
積はかけられる数と同じ
符号だね
（3）
逆の符号
（4）
逆の符号
「かける数が負」の時は
積はかけられる数と逆の
符号だね

以上のことは数学の授業でも習うと思いますが“なぜそうなるのか”について考え，理解することで（１）～（４）までを丸暗記する必要はなくなります。

大事なことは“負の数をかけると積はかけられる数の符号とは逆になる”ということです。

勉強は暗記ではありません。“なぜそうなるのか”を考えて理解していくことです。そのような学習の進め方をしていくことで楽しく学習していくことができると思います。

長くなりましたが，今回はここまでとします。次回は負の数のわり算について考えてみましょう。